<u>ניתוח סדרות עתיות</u>

<u>תרגיל מספר 10</u>

.1

(א) הראו שהמודל עם מגמה ליניארית מקומית אשר בה $y_t = L_t + \varepsilon_t$, $L_t = L_{t-1} + R_{t-1} + \eta_{1,t}$ ו- $R_t = R_{t-1} + \eta_{2,t}$ (הדוגמא שניה בשקפים על מודלים מצב-מרחב) הוא מודל שקול למודל $ARIMA(0,2,2)$ מתאים.

(ב) מודל נפוץ באקונומטריקה הוא מודל "רגרסיה עם מקדמים מקריים" (מודל RCR). המודל מניח: $\alpha_t = \alpha + \eta_t$; $Y_t = X_t\alpha_t + \varepsilon_t$ כאשר Y_t ו- α_t הם וקטורים בסדר n_t ו- p בהתאמה (עבור $Q = Var(\eta_t) = 0$ זהו מודל רגרסיה רגיל). רשמו את המודל כמודל מצב-מרחב, כלומר הגדירו את $T_t = T$, β_t ו- Q שבהצגה הכללית.

2. (א) רשמו את המודל $AR(2)$ כמודל של מצב-מרחב.

(ב) כפלו את וקטור המקדמים β_t משמאל במטריצה רגולרית (הפיכה) B כלשהי, והציגו את המודל $AR(2)$ כמודל מצב-מרחב תוך שימוש בוקטור המצב $\beta_t^* = B\beta_t$ (יש להגדיר מחדש את המטריצות X_t, T וכו').

(ג) מה מסקנתכם מתרגיל זה?

3. נניח מודל רגרסיה עם מקדמים מקריים: $y_t = z_t\alpha_t + \varepsilon_t$ בעבור $(\alpha_t - \mu) = \phi(\alpha_{t-1} - \mu) + \eta_t$ כאשר $\{z_t, t = 1,2,....\}$ מספרים קבועים ידועים בכל t, ו- ε_t ו- η_t רעש לבן בלתי תלויים עם תוחלת אפס ושונות σ^2 ו- q^2 בהתאמה. (ניתן לכתוב את המשוואה השנייה כך: $\alpha_t = (1-\phi)\mu + \phi\alpha_{t-1} + \eta_t$).

(א) תציגו את המודל כמודל מצב-מרחב. תגדירו את המטריצות המתאימות.

(ב) בהינתן $\phi = 0.5,\ z_2 = 32$ ובזמן $t = 1$ $\hat{\alpha}_1 = 0.596,\ \hat{\mu}_{(1)} = 0.442$. מה הניבוי ל- α_2 ו- y_2 ? [$\hat{\mu}_{(1)}$ הוא אומדן ל- μ המתקבל בזמן t=1].

(ג) תחשבו את השוניות של טעויות הניבוי המתאימות לאומדנים $\hat{\alpha}_2$ ו- $\hat{y}_2$ מסעיף (ב) כאשר:

$$P_1 = E\left[\begin{pmatrix}\hat{\alpha}_1 - \alpha_1 \\ \hat{\mu}_1 - \mu_1\end{pmatrix}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_1, \hat{\mu}_1 - \mu_1)\right] = \begin{bmatrix}0.0126 & 0.0027 \\ 0.0027 & 0.0051\end{bmatrix} \quad , \quad \sigma_\varepsilon^2 = 25 \quad , \quad q^2 = 1/64 \ .$$