

ניתוח סדרות עתיותתרגיל מספר 9

1. לסדרה סטציונרית Z_t בת 100 תצפיות נמצא כי $\gamma_0 = 10$, $\hat{\rho}_1 = .523$, $\hat{\rho}_2 = .418$. בהנחה שהסדרה מתנהגת לפי המודל $ARMA(1,1)$ (ללא קבוע), חשבו אומדים התחלתיים ל- θ_1 , φ_1 ו- σ_ε^2 .

2. תהי Z_t סדרה עתית כך ש- $Z_t = \alpha + \beta t + S_t + \varepsilon_t$ כאשר α, β מקדמים קבועים ו- $S_t = S_{t+4}$ לכל t .

i. ציירו באופן סכמטי 8 תצפיות המתנהגות לפי מודל זה.

ii. הראו שהסדרה $W_t = (Z_t - Z_{t-4})$ סטציונרית. רשמו את המודל המתאים לסדרה W_t כ: $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s$ (יש לקבוע את ערכי (p,d,q,P,D,Q,s) וחשבו את מקדמי המתאם הסדרתיים של W_t).

iii. כיצד ניתן להתאים מודל וליצור תחזיות עבור הסדרה Z_t שלא על ידי מודלים SARIMA? הסבירו ללא חישובים. מה היתרונות והחסרונות היחסיים של כל אחד מהמודלים?

3. נניח כי $X_t = \varphi X_{t-1} + \varepsilon_t$. רשמו את פונקציית הנראות של הסדרה (תצפיות X_1, \dots, X_N) וחשבו את אומדני הנראות המכסימלית (מותנה בערך X_1) של φ ו- σ_ε^2 . (הדרכה: עבור משתנים מקריים X_1, \dots, X_N ניתן לרשום את פונקציית הנראות באופן, $f(X_1, \dots, X_N) = \prod_{t=2}^N f(X_t | X_{t-1}, \dots, X_1) f(X_1)$).